1、2年生　総復習　入試プリント　　　　　3年（　　　）組　（　　　）番　　名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

1　図1は，半径4 cmの円を5つ並べた図形で，周を太線で示したものである。この図形では，それぞれの円の中心は直線ℓ上にある。また，となり合う2つの円はどれも，図2のように，それぞれの円の半径が交点で垂直に交わっている。このとき，図1の図形の周の長さを求めなさい。(円周率は$\pi$を用いなさい。)

図1

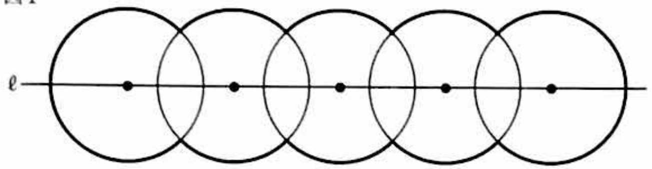
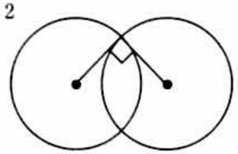
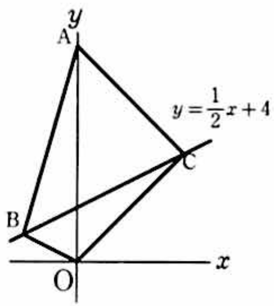



図2



2　$n$を自然数とするとき$\dfrac{n+110}{13}$と$\dfrac{240-n}{7}$の値がともに自然数となる$n$の値をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

3　図で，Oは原点，Aは$y$軸上の点，B，Cは直線$y=\dfrac{1}{2}x+4$上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。点Bの$x$座標が$-4$のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。




4　下の図1のように，数字を記録するためのます目があり，ます目中の$\boxed{A}$から$\boxed{B}$を通り，$\boxed{C}$まで数字を記録しながら移動することにする。ただし，移動の仕方は，右または上に1ますずつとし，右に移動するときは，移動前のます目に記録された数に1を加えた数を，移動後のます目に記録する。また，上に移動するときは，移動前のます目に記録された数を2倍した数を，移動後のます目に記録する。

例えば，図2のように移動するとき，ます目中の$\boxed{A}$に記録された数が1ならば，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$に記録された数は，それぞれ6，29となる。図1の$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$に記録された数を，それぞれ$x$，$y$，$z$とするとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。ただし，$x$，$y$，$z$は自然数とする。

図1

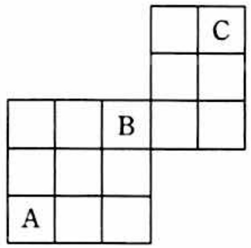



図2

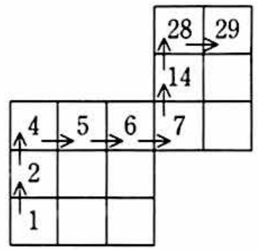
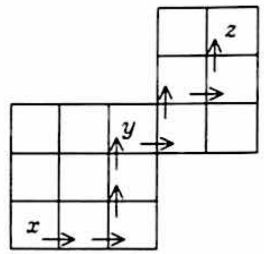



図3

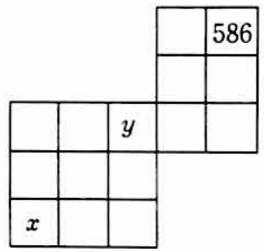



(1)　図3のように移動するとき，次の(ア)，(イ)の問いに答えなさい。

(ア)　$x=3$のとき，$y$，$z$の値を，それぞれ答えなさい。

(イ)　$y$を$x$の式で表しなさい。

図4




(2)　図4のように，$z=586$のとき，$x$の値を答えなさい。

(3)　$x$の値は同じでも，$\boxed{A}$から$\boxed{C}$までの移動の仕方によって$z$の値は異なる。$x$の値が同じとき，$z$が最も大きくなるように移動するときの$z$の値をM，最も小さくなるように移動するときの$z$の値をNとする。このとき，M－Nの値を求めなさい。

5 数学の授業で，誕生日から数をつくる手順が，先生から次のように示された。
次の(1)～(3)の問いに答えなさい。
ただし，1年は2月29日をふくめた366日とする。

手順 ① 生まれた月の数と生まれた日の数をたす。
② ①の結果を2倍する。
③ ②の結果に，生まれた月の数の3倍をたす。

(1) 次の文は，先生と2人の生徒の会話の一部である。ア，ウ，エには数を，イには$x$，$y$を使った式を，それぞれあてはまるように書きなさい。

Aさん：私の誕生日は3月9日だから，手順どおりに数をつくると ア[　　] になります。
先　生：では，手順どおりにつくった数が，3月9日からつくった数と同じになる日が1年間で他に2日あるので，見つけてください。
Aさん：どのように考えたらいいですか。
先　生：生まれた月の数を$x$，生まれた日の数を$y$として考えてみてください。
Aさん：そうすると，手順どおりにつくった数は イ[　　] と表すことができます。
先　生：では，その式を使って，2人で考えてみてください。
Aさん：$y$の数はそのままで，$x$の数を1増やすと，イ[　　] の値は5増えるね。
Bさん：$x$の数はそのままで，$y$の数を1減らすと，イ[　　] の値は ウ[　　] 減るよ。
Aさん：そうすると，$x$の数を1増やしたとき，イ[　　] の値が変わらないような$y$の数はないんだね。
Bさん：$x$の数を2増やしたときはどうなるのかな。
Aさん：$y$の数はそのままで，$x$の数を2増やすと，イ[　　] の値は10増えるね。そうすると，$x$の数を2増やしたとき，イ[　　] の値が変わらないようにするためには，$y$の数を エ[　　] 減らせばいいんだね。
先　生：そのことを使うと，手順どおりにつくった数が，3月9日からつくった数と同じになる日を見つけることができますね。
Aさん：わかりました。考えてみます。

(2) 手順どおりにつくった数が，3月9日からつくった数と同じになる日は，何月何日と何月何日であるかを求めなさい。

(3) Cさんは，1年間のすべての日について手順どおりに数をつくったところ，自分の誕生日からつくった数と同じ数になる日が他にはないことがわかった。Cさんの誕生日のように，手順どおりにつくった数が，他の日からつくった数と同じにならない日は，1年間に全部で何日あるかを求めなさい。

6 連立方程式 $\begin{cases} 4x-y-z=0 \\ 5x-2y+10z=0 \end{cases}$ を満たす自然数$x$，$y$，$z$で，それらの最小公倍数が360であるようなものを求めると，

$x=$ ア[　　]，$y=$ イ[　　]，$z=$ ウ[　　] である。

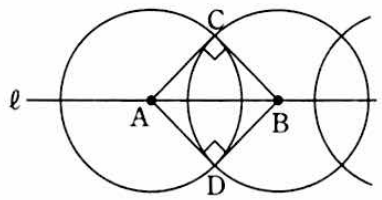
7 一の位が0でない2桁以上の自然数を$x$とする。$x$の一の位の数を最も上の位の数とし，他の位の数を1桁ずつ下の位にずらして作った数を$y$とする。例えば，$x=35$のとき$y=53$，$x=236$のとき$y=623$である。
このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $x$が2桁の自然数であるとき，$y=\frac{4}{7}x$となる$x$をすべて求めよ。

(2) $x$が3桁の自然数であるとき，$y=\frac{4}{3}x$となる500以上の$x$をすべて求めよ。

1、2年生　総復習　入試プリント　　　3年（　　）組　（　　）番　　名前（　　　　　　　　　　）

1 図1において，右の図のように記号を決める。
四角形 ADBC は4辺がすべて等しく，1組の対角が90°であるから，正方形である。




よって，$\overset{\frown}{CD}$ の長さは

$$2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} = 2\pi \text{ (cm)}$$

求める長さは，5つの円周の合計から重なっている部分の弧の長さをひけばよいから

$$2\pi \times 4 \times 5 - 2\pi \times 8 = 24\pi \text{ (cm)}$$

2 $s$，$t$ を自然数として，

$\dfrac{n+110}{13} = s$ と表すことができるから　$n = 13s - 110$

$\dfrac{240-n}{7} = t$ と表すことができるから　$n = 240 - 7t$

よって　$13s - 110 = 240 - 7t$

$13s = 7(50-t)$　……①

①の左辺は13の倍数であるから，右辺も13の倍数である。また，左辺は正の数であるから，右辺も正の数である。

考えられる $t$ の値は　11，24，37

$t = 11$ のとき　$s = \dfrac{7 \times 39}{13} = 21$

このとき，$n = 163$ であるから，問題に適している。

$t = 24$ のとき　$s = \dfrac{7 \times 26}{13} = 14$

このとき，$n = 72$ であるから，問題に適している。

$t = 37$ のとき　$s = \dfrac{7 \times 13}{13} = 7$

このとき，$n = -19$ であるから，問題に適さない。

よって，求める $n$ の値は　72，163

3 点Bは直線 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 上にあるから，$x = -4$ を $y = \frac{1}{2}x + 4$ に代入すると

$$y = \frac{1}{2} \times (-4) + 4 = 2$$

よって，点Bの座標は　$(-4,\ 2)$

直線 $y = \frac{1}{2}x + 4$ と $y$ 軸との交点をDとする。

$\triangle AOC = 2\triangle ABO$ であるから

$BD : DC = 1 : 2$

よって，点Cの $x$ 座標は　$4 \times 2 = 8$

点Cも直線 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 上にあるから，$x = 8$ を $y = \frac{1}{2}x + 4$ に代入すると

$$y = \frac{1}{2} \times 8 + 4 = 8$$

よって，点Cの座標は　$(8,\ 8)$

また，$\triangle ABC = 3\triangle BOC$ であるから

$AD : OD = 3 : 1$

$OD = 4$ より　$AD = 3 \times 4 = 12$

よって，点Aの座標は　$(0,\ 16)$

したがって，直線ACの式は $y = ax + 16$ と表すことができる。

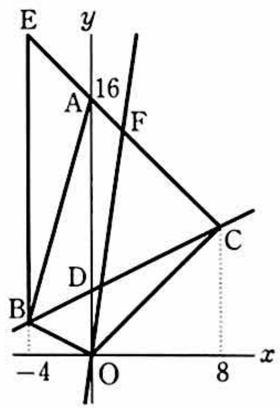
$x = 8$，$y = 8$ をこの式に代入すると

$8 = 8a + 16$

$a = -1$

よって，直線ACの式は　$y = -x + 16$

点Bを通り $y$ 軸に平行な直線と直線ACとの交点をEとする。




$x = -4$ を $y = -x + 16$ に代入すると

$$y = -(-4) + 16 = 20$$

したがって，点Eの座標は　$(-4,\ 20)$

$\triangle ABO = \triangle AEO$ であるから，四角形ABOCの面積は $\triangle EBC$ の面積と等しい。

よって，求める直線の式は，線分CEの中点Fと原点を通る直線の式である。

点Fの座標は　$\left(\dfrac{-4+8}{2},\ \dfrac{20+8}{2}\right)$ すなわち $(2,\ 14)$

直線OFの傾きは $\dfrac{14}{2} = 7$ であるから，求める式は

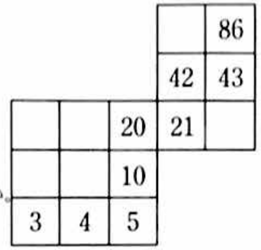
$$y = 7x$$

$\boxed{4}$ (1) (ア) $x=3$ のとき，ます目の数字は右の図のようになる。

よって　$y=20$，$z=86$

(イ) $y=(x+1+1)\times2\times2$

すなわち　$y=4x+8$




(2) 586 が左のます目から移動した数であるとすると，左のます目に入る数は

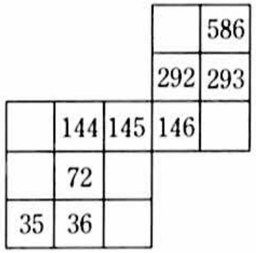
585

この数は下のます目から移動した数であるが，2 でわりきれないから，問題に適さない。

よって，586 は下のます目から移動した数である。

同様に考えて，ます目に入る数が偶数であれば，下のます目から移動した数，奇数であれば左のます目から移動した数である。

よって，ます目の数字は右の図のようになり　$x=35$




(3) $z$ の値が最も大きくなるのは，$\boxed{\text{A}}$ から右に 2 ます，上に 2 ます進み，さらに右に 2 ます，上に 2 ます進んで $\boxed{\text{C}}$ に移動するときである。

このとき　$y=(x+2)\times2\times2=4x+8$

よって　$\text{M}=(4x+8+2)\times2\times2$

$=16x+40$

また，$z$ の値が最も小さくなるのは，$\boxed{\text{A}}$ から上に 2 ます，右に 3 ます進み，さらに上に 2 ます，右に 1 ます進んで $\boxed{\text{C}}$ に移動するときである。

このとき　$y=x\times2\times2+1+1=4x+2$

よって　$\text{N}=(4x+2+1)\times2\times2+1\quad=16x+13$

したがって　$\text{M}-\text{N}=(16x+40)-(16x+13)\quad=27$

$\boxed{5}$ (1) (ア) $(3+9)\times2+3\times3=33$

(イ) $(x+y)\times2+3x=5x+2y$

(ウ) 2

(エ) $10\div2=5$

(2) $x$ の数を 2 増やすと $y$ の数を 5 減らせばよいから　5 月 4 日

また，$x$ の数を 2 増やし，$y$ の数を 5 減らした日が 3 月 9 日になるとすると，もとの日は

1 月 14 日

よって，求める日は　1 月 14 日，5 月 4 日

(3) $x$ の数を 2 減らせない数は

$x=1$，2

このうち，$x$ の数を 2 増やしたとき $y$ の数を 5 減らせない日を考えると

1 月は 1 日，2 日，3 日，4 日，5 日

2 月は 1 日，2 日，3 日，4 日，5 日

また，$x$ の数を 2 増やせない数は　$x=11$，12

このうち，$x$ の数を 2 減らしたとき $y$ の数を 5 増やせない日を考えると

11 月は 26 日，27 日，28 日，29 日，30 日

12 月は 27 日，28 日，29 日，30 日，31 日　　よって，全部で 20 日ある。

$\boxed{6}$ $\begin{cases}4x-y-z=0 & \cdots\cdots①\\5x-2y+10z=0 & \cdots\cdots②\end{cases}$ とする。

①より，$y=4x-z$ ……③であるから，これを②に代入すると

$$5x-2(4x-z)+10z=0$$
$$3x=12z$$
$$x=4z$$

$z=k$（$k$ は自然数）とおくと　$x=4k$

これらを③に代入すると

$$y=4\times4k-k=15k$$

$x=4k$，$y=15k$，$z=k$ であるから，$x$，$y$，$z$ の最小公倍数は　$2^2\times3\times5\times k$

最小公倍数が 360 である $k$ は

$$2^2\times3\times5\times k=360$$
$$k=6$$

よって　$x=2\times6=24$，$y=15\times6=90$，$z=6$

$\boxed{7}$ (1) $x$ の十の位の数を $a$，一の位の数を $b$ とすると

$$x=10a+b,\ y=10b+a$$

これらの式を $y=\dfrac{4}{7}x$ に代入すると

$$10b+a=\frac{4}{7}(10a+b)$$
$$70b+7a=40a+4b$$
$$a=2b\quad\cdots\cdots①$$

$a$，$b$ ともに 1 から 9 までの整数であるから，①を満たす $(a,\ b)$ は

$(2,\ 1)$，$(4,\ 2)$，$(6,\ 3)$，$(8,\ 4)$

よって　$x=21$，42，63，84

(2) $x$ の上の 2 桁の数を $a$，一の位の数を $b$ とすると

$$x=10a+b,\ y=100b+a$$

これらの式を $y=\dfrac{4}{3}x$ に代入すると

$$100b+a=\frac{4}{3}(10a+b)$$
$$300b+3a=40a+4b$$
$$a=8b\quad\cdots\cdots②$$

$a$ は 50 から 99 までの整数，$b$ は 1 から 9 までの整数であるから，②を満たす $(a,\ b)$ は

$(56,\ 7)$，$(64,\ 8)$，$(72,\ 9)$

よって　$x=567$，648，729