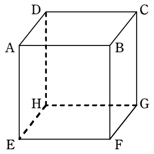
１年復習　６章　空間図形

空間図形①（解答・解説編）

＿＿＿組＿＿＿番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

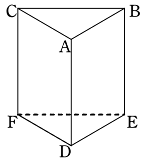
次の各問に答えなさい。

1 右の図は，直方体である。
辺 AB と平行な辺をすべて答えなさい。



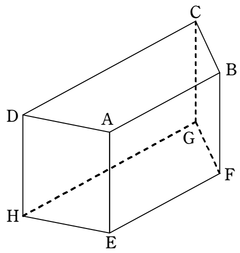
解説
辺 DC，辺 EF，辺 HG

2 右の図は三角柱である。辺 AB と
ねじれの位置にある辺はいくつあるか。



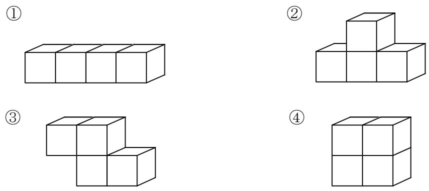
解説
辺 AB とねじれの位置にある辺は，辺 AB と同じ平面上にない辺だから　辺 CF，辺 DF，辺 EF　よって　3 つ

3 右の図のように，AB∥DC の台形 ABCD を底面とする四角柱がある。この四角柱の辺のうち，辺AB とねじれの位置にある辺をすべて書け。



解説
辺 AB とねじれの位置にある辺は，辺 AB と同じ平面上にない辺だから　　辺 CG，辺 DH，辺 EH，辺 FG

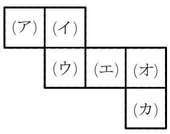
4 下の ① ～ ④ はそれぞれ，同じ大きさの立方体を 4 つ合わせてつくった 1 つの立体を図に表したものです。① ～ ④ の中で，表面積が最も小さいものはどれですか。
その番号を書きなさい。



解答　④

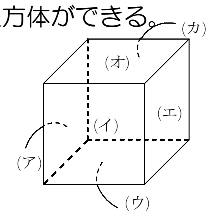
解説
4 つの立方体が接している面が多い方が，表面積は小さくなる。① ～ ③ は3つの面が接しているが，④は4つの面が接している。よって，表面積が最も小さいものは　④

5 右の図は立方体の展開図である。
この展開図を組み立ててできる立方体について，面 (イ) と平行な面はどれか。図の中の記号で答えよ。



解答　(カ)

解説
展開図を組み立てると，右のような立方体ができる。
よって，面 (イ) と平行な面は　(カ)



6 図 1 のように，表面に 3 本の線分がかかれている立方体がある。図 2 がこの立方体の展開図になるように 3 本の線分をかけ。

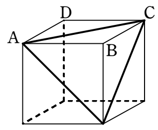


図 1

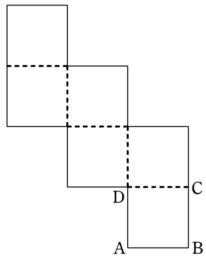
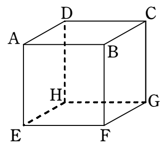
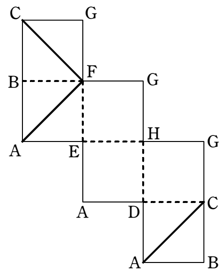


図 2

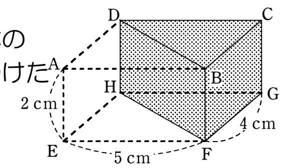
解説
図 1 の立方体において，各点を下の図のように定める。



このとき，図 2 の展開図は次の図のようになり，
3 本の線分をかき入れると次のようになる。



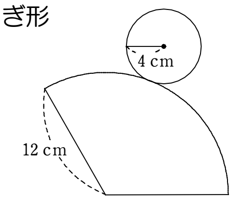
7 右の図のように，AE＝2 cm，EF＝5 cm，FG＝4 cm の直方体の一部を切り取ってできた，色をつけた三角柱の体積を求めなさい。



解答　20 cm^3

解説
求める三角柱の体積は　$\frac{1}{2}\times4\times5\times2=20\,(\text{cm}^3)$

8 右の図は，円錐の展開図である。おうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。



解答　120°

解説
おうぎ形の中心角を a °とすると　$2\pi\times12\times\frac{a}{360}=2\pi\times4$

$$\frac{a}{360}=\frac{1}{3}$$

$$a=120$$

よって，おうぎ形の中心角は　120°

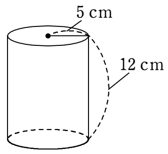
１年復習　６章　空間図形

空間図形②（解答・解説編）

＿＿組＿＿番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

次の各問に答えなさい。

1 右の図のように，底面の半径が 5 cm，高さが 12 cm の円柱があります。この円柱の体積と表面積を，次のように求めるとき，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる値を，それぞれ書きなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。

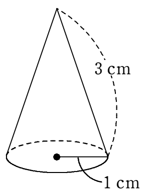


(解答)
円柱の底面の半径は 5 cm だから，1 つの底面の面積は，$\boxed{\text{ア}}$ cm^2 である。よって，この円柱の体積は，$\boxed{\text{イ}}$ cm^3 である。また，側面積は，$\boxed{\text{ウ}}$ cm^2 であるから，この円柱の表面積は，$\boxed{\text{エ}}$ cm^2 である。

解答　(ア)　25π　(イ)　300π　(ウ)　120π　(エ)　170π

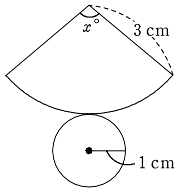
解説
(ア)　$\pi\times5^2=25\pi$　　(イ)　$25\pi\times12=300\pi$
(ウ)　$2\pi\times5\times12=120\pi$　　(エ)　$120\pi+25\pi\times2=170\pi$

2 底面の半径が 1 cm，母線の長さが 3 cm の円錐の表面積は $\boxed{}$ cm^2 である。ただし，円周率を π とする。



解答　4π

解説
円錐の展開図における側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とする。おうぎ形の弧の長さについて

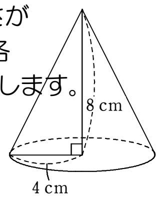


$$2\pi\times3\times\frac{x}{360}=2\pi\times1$$
$$x=120$$

よって，求める表面積は

$$\pi\times1^2+\pi\times3^2\times\frac{120}{360}=4\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

3 右の図のように，底面の半径が 4 cm，高さが 8 cm の円錐があります。このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率は π とします。
(1)　底面の面積を求めなさい。
(2)　円錐の体積を求めなさい。



解答　(1)　$16\pi\ \mathrm{cm}^2$　　(3)　$\frac{128}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説
(1)　$\pi\times4^2=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$　(2)　$\frac{1}{3}\times16\pi\times8=\frac{128}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

4 半径 2 cm の球の表面積は，$\boxed{}$ cm^2 である。

解答　16π

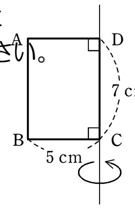
解説
$4\pi\times2^2=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

5 半径が 5 cm である球の体積を求めなさい。

解答　$\frac{500}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説
$$\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

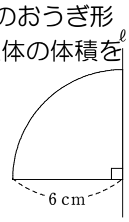
6 右の図で，長方形 ABCD を，辺 CD を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。



解答　$175\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説
長方形 ABCD を，辺 CD を軸として回転させてできる立体は，底面の半径が 5 cm，高さが 7 cm の円柱である。
よって，求める立体の体積は　$\pi\times5^2\times7=175\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

7 右の図のような半径 6 cm で，中心角が 90° のおうぎ形を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

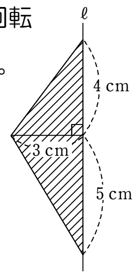


解答　$144\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説
おうぎ形を ℓ を軸として 1 回転させてできる立体は，半径が 6 cm の半球である。よって，求める立体の体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}=144\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

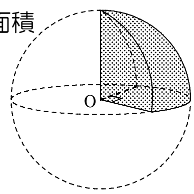
8 右の図の影をつけた部分を直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積は $\boxed{}$ $\pi\mathrm{cm}^3$ である。



解答　27

解説
$$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times5=12\pi+15\pi$$
$$=27\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

9 右の図は，点 O を中心とする半径 3 cm の球を 8 等分した立体です。この立体の表面積と体積をそれぞれ求めなさい。
ただし，円周率は π とします。



解答　表面積 $\frac{45}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$，体積 $\frac{9}{2}\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説
この立体の曲面の部分の面積は　$4\pi\times3^2\times\frac{1}{8}=\frac{9}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$
切断部分の 3 つのおうぎ形は合同であるから，
1 つのおうぎ形の面積は
よって　$\pi\times3^2\times\frac{90}{360}=\frac{9}{4}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$
$$\frac{9}{2}\pi+\frac{9}{4}\pi\times3=\frac{18}{4}\pi+\frac{27}{4}\pi=\frac{45}{4}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
また，この立体の体積は　$\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{8}=\frac{9}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

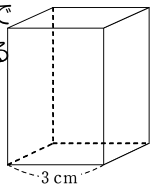
１年復習　６章　空間図形

空間図形③（解答・解説編）

＿＿＿組＿＿＿番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

次の各問に答えなさい。

1 図は，底面の 1 辺の長さが 3 cm の正四角柱である。この正四角柱の表面積が 72 cm^2 であるとき，正四角柱の高さを求めよ。



解答　$\dfrac{9}{2}$ cm

解説

正四角柱の高さを h cm とする。底面積は　$3\times3=9$ (cm^2)，

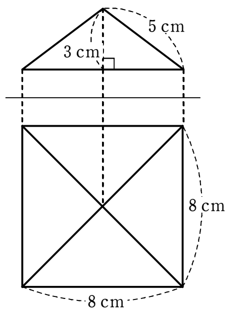
側面積は　$3\times h\times4=12h$ (cm^2)

よって，表面積について

$$9\times2+12h=72$$
$$12h=54$$
$$h=\frac{9}{2}$$

したがって，求める高さは　$\dfrac{9}{2}$ cm

2 右の図は，正四角錐の投影図である。この投影図で表される正四角錐の体積と表面積を求めなさい。



解答　体積 64 cm^3，表面積 144 cm^2

解説

正四角錐の体積は(底面積)×(高さ)×$\dfrac{1}{3}$ で計算できるので，

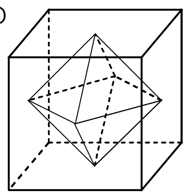
体積を V とすると　$V=8\times8\times3\times\dfrac{1}{3}=64$ (cm^3)

正四角錐の表面積は(底面積)＋(側面積) で計算できるので

表面積を S とすると

$$S=8\times8+8\times5\times\frac{1}{2}\times4$$
$$=64+80$$
$$=144\ (\mathrm{cm}^2)$$

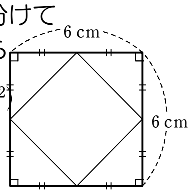
3 1 辺の長さが 6 cm の立方体がある。この立方体において，各面の対角線の交点を頂点とする正八面体の体積を求めよ。



解答　36 cm^3

解説

正八面体を上下 2 つの合同な四角すいに分けて考える。四角すいの底面積は，右の図から

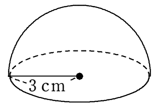


$$6\times6-\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times4=18\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって，求める体積は

$$\left(\frac{1}{3}\times18\times3\right)\times2=36\ (\mathrm{cm}^3)$$

4 図のような半径 3 cm の半球の表面積と体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。



解答　表面積 27π cm^2，体積 18π cm^3

解説

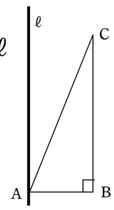
曲面の面積は　$4\pi\times3^2\times\dfrac{1}{2}=18\pi$ (cm^2)

底面積は　$\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2)

よって，表面積は　$18\pi+9\pi=27\pi$ (cm^2)

また，体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times3^3\times\dfrac{1}{2}=18\pi$ (cm^3)

5 右の図のような，AB＝2，BC＝5の直角三角形ABCにおいて，点Aを通り辺 BC に平行な直線 ℓ を軸にして △ABC を 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。



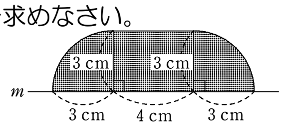
解答　$\dfrac{40}{3}\pi$

解説

△ABC を 1 回転してできる立体は，底面の半径が 2，高さが 5 の円柱から，底面の半径が 2，高さが 5 の円錐を取り除いたものである。よって，立体の体積は

$$\pi\times2^2\times5-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times5=\frac{40}{3}\pi$$

6 図の色を塗った部分の図形を，直線 m を回転軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



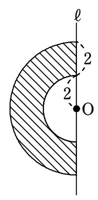
解答　72π cm^3

解説

回転させてできる立体は円柱と 2 つの合同な半球を合わせた立体である。また，2 つの合同な半球を合わせると，半径 3 cm の球である。よって，求める体積は

$$\pi\times3^2\times4+\frac{4}{3}\pi\times3^3=72\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

7 図のような，点 O を中心とする 2 つの半円と直線 ℓ で囲まれた斜線部分を ℓ の周りに 1 回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。

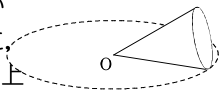


解答　$\dfrac{224}{3}\pi$

解説

できる立体は半径 4 の球から半径 2 の球を除いたものである。よって，求める体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times4^3-\dfrac{4}{3}\pi\times2^3=\dfrac{224}{3}\pi$

8 底面の円の直径が 4 cm，母線の長さが 12cmの円すいがある。右の図のように，この円すいを頂点 O を中心として平面上をすべることなくころがした。円すいが点線で示した円の上を 1 周してもとの位置にかえるまでに何回転するか求めよ。



解答　6 回転

解説

点線で示した円の周の長さは　$2\pi\times12=24\pi$ (cm)

円すいの底面の円の周の長さは　$2\pi\times2=4\pi$ (cm)

よって，円すいの回転数は　$\dfrac{24\pi}{4\pi}=6$ (回転)

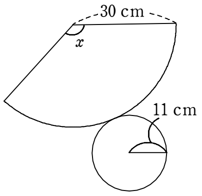
１年復習　６章　空間図形

空間図形④（解答・解説編）

＿＿組＿＿番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

次の各問に答えなさい。

1 右の図は，円すいの展開図で，側面のおうぎ形の半径は30 cm，底面の円の半径は 11 cm である。中心角 x の大きさを求めよ。



解答　132°

解説

円錐の底面の円周の長さと，側面の弧の長さは等しいから

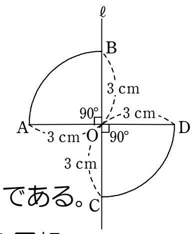
$$2\pi\times30\times\frac{x}{360}=2\pi\times11$$

$$\frac{x}{360}=\frac{11}{30}$$

よって　$x=\dfrac{11}{30}\times360=132$（度）

したがって，中心角 x の大きさは　132°

2 図のように，おうぎ形 OAB とおうぎ形 OCD があり，3 点 B，O，C が直線 ℓ 上に並ぶように置かれている。
次の問いに答えなさい。
(ただし，円周率を π とする。)



(1)　おうぎ形 OAB の面積は $\boxed{}$ cm² である。

(2)　直線 ℓ を軸として 2 つのおうぎ形を 1 回転させたときにできる立体の体積は $\boxed{}$ cm³ である。

(3)　直線 ℓ を軸として 2 つのおうぎ形を半回転させたときにできる立体の表面積は $\boxed{}$ cm² である。

解答　(1)　$\dfrac{9}{4}\pi$　　(2)　36π　　(3)　36π

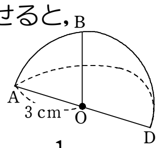
解説

(1)　$\pi\times3^2\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{9}{4}\pi$ (cm²)

(2)　できる立体は，半径3cmの球である。

よって，求める体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi$ (cm³)

(3)　おうぎ形 OAB を時計回りに半回転させると，右の図のような立体 $\left(球の\ \dfrac{1}{4}\right)$ ができる。



この立体の表面積は

$$\left(\pi\times3^2\times\frac{180}{360}\right)\times2+(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{4}$$
$$=18\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

おうぎ形 OCD を半回転させてできる立体は，図の立体と合同である。
また，2 つの立体が重なる部分は線分 AD だけである。
よって，求める表面積は　$18\pi\times2=36\pi$ (cm²)

3 右の図 1 のような底面の半径が3cm，高さ 10cm の円柱がある。これを平面で切断して，図 2 のような底面から切断面までの高さがもっとも高いところで7cm，もっとも低いところで4cmである立体を作る。
次の各問いに答えよ。
ただし，円周率は π として計算せよ。

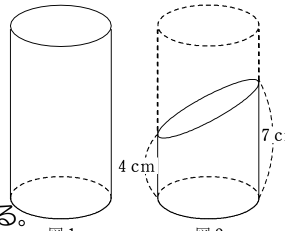


図 1　　図 2

(1)　図 1 の円柱の側面積を求めよ。

(2)　図 2 の立体の体積を求めよ。

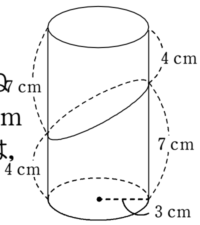
解答　(1)　60π cm²　　(2)　$\dfrac{99}{2}\pi$ cm³

解説

(1)　図 1 の円柱の側面積は

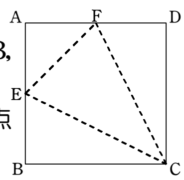
$2\pi\times3\times10=60\pi$ (cm²)

(2)　図 2 と同じ立体を右図のように重ねると，底面の半径が3cm，高さが11cm の円柱ができる。求める立体の体積は，この円柱の体積の $\dfrac{1}{2}$ になるから



$$\pi\times3^2\times11\times\frac{1}{2}=\frac{99}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

4 右の図のように，1 辺の長さが 6 の正方形 ABCD があり，点 E，F はそれぞれ辺 AB，AD の中点である。いま，線分 EF，EC，FC を折り目として同じ側に折り曲げ，3 点 A，B，D を 1 点に重ねて三角錐を作る。
このとき，次の各問いに答えなさい。



(1)　△AEF と △CEF の面積をそれぞれ求めなさい。

(2)　折り曲げてできる三角錐の体積を求めなさい。

(3)　△CEF を底面とするとき，三角錐の高さを求めなさい。

解答　(1)　△AEF$=\dfrac{9}{2}$，△CEF$=\dfrac{27}{2}$　　(2)　9　　(3)　2

解説

(1)　$\mathrm{AE}=\mathrm{AF}=\dfrac{1}{2}\times6=3$

よって　$\triangle\mathrm{AEF}=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

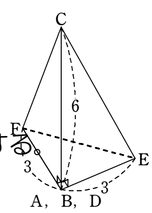
△BCE と △DCF は合同で，EB＝FD＝3 であるから

$$\triangle\mathrm{BCE}=\triangle\mathrm{DCF}=\frac{1}{2}\times3\times6=9$$

よって　$\triangle\mathrm{CEF}=6\times6-\left(\dfrac{9}{2}+9\times2\right)=\dfrac{27}{2}$

(2)　折り曲げてできる三角錐の底面を △AEF とすると，高さはCB となる。

よって，求める体積は　$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9}{2}\times6=9$



(3)　△CEF を底面とするときの高さを h とする。

体積について　$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{27}{2}\times h=9$

$$\frac{9}{2}h=9$$
$$h=2$$